

أولاً: أجبني عن السؤال الآتي: / 60 درجة/

لتكن الدالة f المعرفة على $[\omega, +\infty[$ وفق $f(x) = \ln(x-2)$
أثبتي أن $F(x) = x \ln(x-2) - 2 \ln(x-2) - x + 5$ هي دالة أصلية للدالة f على المجال $[\omega, +\infty[$

ثانياً: حلّي التمارين الآتية: / 60 - 60 - 50 درجة /

التمرين الأول: لتكن النقاط $A(3, 2, -4)$, $B(5, 4, -6)$, $C(0, 3, -1)$

احسبي $\vec{AB} \wedge \vec{BC}$ ثم استنتجي مساحة المثلث ABC

التمرين الثاني: اكتبى العدد $Z = \frac{1+i\sqrt{3}}{-\sqrt{3}+i}$ بالشكل الجبري $Z = x + yi$ ثم احسبي Z^{15}

التمرين الثالث: احسبي $I = \int \cos^3 x \cdot \sin 2x \, dx$

ثالثاً: أجبني عن الأسئلة الآتية: / 50 - 90 - 60 - 80 درجة /

السؤال الأول: إذا كان C_1 الخط البياني للدالة f_1 المعرفة على R وفق $f_1(x) = e^{x^2-2x}$

C_2 الخط البياني للدالة f_2 المعرفة على R وفق $f_2(x) = e^{2x-4}$

أثبتي أن C_1, C_2 متماسان في النقطة $M(2, 1)$ واكتبى معادلة المماس المشترك لهما .

السؤال الثاني: يحوي مغلف ست بطاقات مرقمة (111223) نسحب من المغلف عشوائياً بطاقتين على التتالي مع الإعادة.

بفرض X متغير عشوائي يدل على مجموع رقمي البطاقتين المسحوبتين .

ما هي قيم المتغير X ، اكتبى جدول القانون الاحتمالي واحسبي التوقع الرياضي.

السؤال الثالث: لتكن الدالة f المعرفة على $[\omega, +\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{(x-1)^2}{x\sqrt{x}}$

احسبي $\int f(x) \, dx$ ثم أوجدى معادلة المنحني التكاملى للدالة f بالانقطة $(4, 1)$

السؤال الرابع : ليكن (C) الخط البياني للدالة $f(x) = \frac{3}{x^2-1}$ المعرفة على $\{ -1, 1 \}$

- أوجدى معادلة كل مماس للخط C في نقطة ترتيبها $y=1$

- اكتبى $f(x)$ على الشكل $f(x) = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-1}$ ثم احسبي $\int f(x) \, dx$ في المجال $]-1, 1[$

رابعاً: حلّي المسألة الآتية: / 90 درجة /

ليكن القطع الناقص E الذي معادلته $x^2 + 4y^2 = 16$

① عيني محرقى القطع وذراه وارسميه .

② تحققي أن النقطة $M(2, \sqrt{3})$ تقع على القطع واكتبى معادلتى المماس و الناظم للقطع في M .

③ اكتبى معادلتى المماسين للقطع في الذروتين A, A' وبفرض K, K' نقطتي تقاطع المماسين في الذروتين مع المماس في M

برهنى أن $\widehat{KFK'} = \frac{\pi}{2}$